**第17讲 期末复习——压轴题**

1．如图，已知在中，，，点*D*在边*BC*上，作，且，过点*F*作，且，联结*CF*，*CE*．

（第1题图）

*A*

*F*

*E*

*D*

*C*

*B*

(1)求证：；

(2)如果，求证：点*C*在线段*DE*的垂直平分线上．

1．(1)∵∠*BAC*=∠*DAF*=90°

∴即……(1分)

又∵*AB*=*AC*，*AD*=*AF*∴△*ABD*≌△*ACF*∴∠*B=*∠*ACF*………(1分)

∵*∠BAC=*90°，*AB*=*AC*∴∠*B*=∠*ACB=*45°……………………(1分)

∴∠*ACF*=∠*B*=45°，∴∠*BCF=*90°

∴*FC*⊥*BC*…………………………………………………………(1分)

(2)∵△*ABD*≌△*ACF*，∴*BD*=*FC*

又∵*BD*=*AC*，∴*AC*=*FC*

∴∠*CAF*=∠*CFA*……………………………………………………(1分)

∵∠*DAF*=90°，*EF*∥*AD*

∴∠*DAF*=∠*AFE*=90°

∴∠*DAC=*∠*EFC*……………………………………………………(1分)

∵*AD*=*AF*，*EF*=*AF*

∴*AD*=*FE*，

∴△*ADC*≌△*FEC*………………………………………………(1分)

∴*CD=CE*

∴点*C*在线段*DE*的垂直平分线上.……………………………(1分)

2．如图(图1)，已知中，*BC*=3，*AC*=4，*AB*=5，直线*MD*是*AB*的垂直平分线，分别交*AB*、*AC*于*M*、*D*点.

(1)求线段*DC*的长度；

(2)如图(图2)，联接*CM*，作的平分线交*DM*于*N*.求证：*CM*＝*MN*

（图1）

***A***

***B***

***M***

***C***

***D***

***D***

（图2）

***A***

***B***

***M***

***N***

***C***

3．如图，直线经过原点和点，点*B*坐标为



(第3题图)

(1)求直线*l*所对应的函数解析式；

(2)若*P*为射线*OA*上的一点，

①设*P*点横坐标为，△*OPB*的面积为，写出关于的函数解析式，指出自变量*x*的取值范围．

②当△*POB*是直角三角形时，求*P*点坐标．

4．如图，在△中，点为坐标原点，点坐标为(4，0)，点坐标为(2，2)，，点为垂足，，点为垂足．动点、分别从点、同时出发，点沿线段向点运动，点沿线段向点运动，速度都是每秒1个单位长度．设点的运动时间为秒．

(1)求证：；

(2)若△的面积为，求与之间的函数关系式及定义域；

(3)当(垂足为点)时，求五边形的面积的值.





















**解：**(1)∵………………………………………………1分

………………………………………1分

∴………………………………………………………………1分

(2)易证：△为等边三角形．

∵，

∴．………………1分





















∴．

过点作垂足为点．

在△中，，，

∴，由勾股定理得：．…………………………1分

又∵，………………………………………………1分

∴．………………………1分

即：()．……………………………………1分

【说明】最后1分为定义域分数．

(3)易证Rt△≌Rt△≌Rt△，

∴．1分

易证△为等边三角形，

∴，

即：，解得．……………………………………………1分

∴．…………………………………………………1分

∴．……………1分

5．已知：如图，在△*ABC*中，∠*C=*90°，∠*B=*30°，*AC*=6，点*D*在边*BC*上，*AD*平分∠*CAB*，*E*为*AC*上的一个动点(不与*A、C*重合)，*EF*⊥*AB*，垂足为*F*．

(1)求证：*AD=DB*；

(2)设*CE=x*，*BF=y*，求*y*关于*x*的函数解析式；

(3)当∠*DEF*=90°时，求*BF*的长.

解：(1)在⊿*ABC*中，∵∠*C=*90°，∠*B=*30°，∴∠*CAB*=60°.

又∵*AD*平分∠*CAB*，∴∠*DAB*=30°.…………………1分

∴∠*DAB*=∠*B*，*AD=DB*.…………………………………1分

(2)在⊿*AEF*中，∵∠*AFE=*90°，∠*EAF=*60°，∴∠*AEF*=30°.

∴.…………………1分

在Rt⊿*ABC*中，∵∠*B=*30°，*AC*=6，∴*AB*=12.

∴.…………………………1分

∴…………………………………1分

(3)当∠*DEF*=90°时，∠*CED*=180°－∠*AEF*－∠*FED*=60°.

∴∠*EDC*=30°，*ED*=2*x*.………………………………1分

又∵∠*EDA=*∠*EAD*=30°，∴*ED=AE*=6－*x.*

∴有2*x*=6－*x，*得*x=*2.………………………………1分

此时，.

即*BF*的长为10.………………………………1分

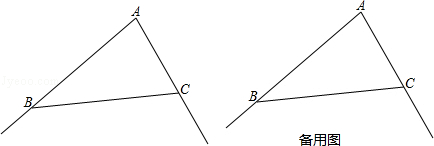
6．如图，已知△*ABC*(*AB*＞*AC*)，在∠*BAC*内部的点*P*到∠*BAC*两边的距离相等，且*PB*=*PC*．

(1)利用尺规作图，确定符合条件的*P*点(保留作图痕迹，不必写出作法)；

(2)过点*P*作*AC*的垂线，垂足*D*在*AC*延长线上，求证：*AB*﹣*AC*=2*CD*；

(3)当∠*BAC*=90°时，判断△*PBC*的形状，并证明你的结论；

(4)当∠*BAC*=90°时，设*BP*=*m*，*AP*=*n*，直接写出△*ABC*的周长和面积(用含*m*、*n*的代数式表示)．



考点：全等三角形的判定与性质；角平分线的性质；等腰直角三角形．

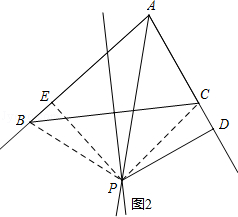
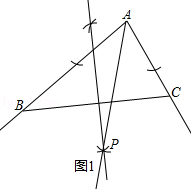
分析：(1)作∠*BAC*的平分线和线段*BC*的垂直平分线，两线交于点*P*，则点*P*即为所求；

(2)如图2，作*PE*⊥*AB*于点*E*，联结*PB*、*PC*，由点*P*在∠*BAC*的平分线上，得到*PD*=*PE*，证得Rt△*PEB*≌Rt△*PDC*，得到*BE*=*CD*，推出Rt△*AEP*≌Rt△*ADP*，得到*AE*=*AD*，由于*AE*=*AB*﹣*BE*，*AD*=*AC*+*CD*，即可得到结论；

(3)根据等腰直角三角形的判定和性质即可得到结论；

(4)由(3)证得△*BPC*是等腰直角三角形，推出△*AEP*是等腰直角三角形，求得*AE*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*AP*，即*AE*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*，由于*AE*=*AD*，*BE*=*CD*，于是得到*AB*+*AC*=*AE*+*AD*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*，求得△*ABC*的周长=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！(*m*+*n*)，根据Rt△*PEB*≌Rt△*PDC*，得到*S*△*ABC*=*S*四边形*ABPC*﹣*S*△*BPC*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*2=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*m*2．

解答：解：(1)如图1所示，点*P*即为所求作的点；



(2)如图2，作*PE*⊥*AB*于点*E*，联结*PB*、*PC*，

∵点*P*在∠*BAC*的平分线上，∴*PD*=*PE*，

在Rt△*PEB*和Rt△*PDC*中，莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！，

∴Rt△*PEB*≌Rt△*PDC*，∴*BE*=*CD*，

在Rt△*AEP*和Rt△*ADP*中，莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！，

∴Rt△*AEP*≌Rt△*ADP*，∴*AE*=*AD*，

∵*AE*=*AB*﹣*BE*，*AD*=*AC*+*CD*，∴*AB*﹣*BE*=*AC*+*CD*，

又∵*BE*=*CD*，∴*AB*﹣*AC*=2*CD*；

(3)∵∠*BAC*=90°，∴∠*EAP*=∠*PAC*=45°，

在Rt△*AEP*中，∠*EAP*+∠*EPA*=90°，∴∠*EPA*=45°，

同理∠*APD*=45°，

∴∠*EPD*=90°=∠*EPC*+∠*CPD*，

由(2)知Rt△*PEB*≌Rt△*PDC*，∴∠*BPE*=∠*CPD*，

∴∠*BPE*+∠*EPC*=90°，即∠*BPC*=90°，

又∵*BP*=*PC*，∴△*BPC*是等腰直角三角形；

(4)由(3)证得△*BPC*是等腰直角三角形，

∴*BC*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*PB*，

∵*PB*=*m*，∴*BC*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*m*，

∵*AP*平分∠*BAC*，∠*CAB*=90°，∴∠*EAP*=45°，

∴△*AEP*是等腰直角三角形，∴*AE*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*AP*，

∵*AP*=*n*，∴*AE*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*，

∵*AE*=*AD*，*BE*=*CD*，∴*AB*+*AC*=*AE*+*AD*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*，

∴△*ABC*的周长=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！(*m*+*n*)，

∵Rt△*PEB*≌Rt△*PDC*，∴*S*四边形*ABPC*=*S*四边形*AEPD*=*AE*2=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*2，

∵*S*△*ABC*=*S*四边形*ABPC*﹣*S*△*BPC*=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*n*2=莲山课件(www.5ykj.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载！*m*2．

点评：本题考查了全等三角形的判定和性质，正方形的性质，等腰直角三角形的判定和性质，角平分线的性质，线段垂直平分线的性质，基本作图，正确的作出辅助线是解题的关键．

7．中，，，点*D*是线段*BC*的中点，，*DE*与线段*AB*相交于点*E*，*DF*与线段*AC*(或*AC*的延长线)相交于点*F*．

(1)如图1，若，垂足为*F*，，求*BE*的长；

(2)如图2，将(1)中的绕点*D*顺时针旋转一定的角度，仍与线段*AC*相交于点*F*．

求证：；

(3)如图3，将(2)中的继续绕点*D*顺时针旋转一定的角度，使*DF*与线段*AC*的延长线交与点*F*，作于点*N*，若，求证：．

*A*

*E*

*B*

*F*

*C*

*D*

（图1）

*A*

*E*

*B*

*F*

*C*

*D*

（图2）

*A*

*E*

*B*

*F*

*C*

*D*

*N*

（图3）

6．**(本题满分10分)**

(1)解：∵*AB*=*AC*，∠*A*=60°∴△*ABC*是等边三角形

∴∠*B*=∠*C*=60°，*AB*=*AC*=*BC*=4

∵*D*是线段*BC*的中点∴*BD*=*CD*=2

又∵*DF*⊥*AC*∴∠*FDC*=30°

∵∠*EDF*=120°∴∠*EDB*=30°……………………………(1分)

∴∠*BED*=90°

∴……………………………(1分)

(2)证明：过点*D*作*DG*∥*AC*交*AB*于点*G*.……………………(1分)

∵*DG*∥*AC*∠*A*=60°∴∠*GDB*=∠*C*=60°∠*GDC*=120°

∵∠*B*=60°∴∠*B*=∠*GDB*=∠*BGD*=60°

∴△*BDG*是等边三角形∴(1分)

∵∠*GDC*=∠*EDF*=120°∴∠*EDG*=∠*FDC*………………………(1分)

∴△*EDG*≌△*FDC*(*ASA*)∴*EG*=*CF*……………………………(1分)

∴……………………………(1分)

(3)证明：过点*D*作*DG*∥*AC*交*AB*于点*G*.

∵*DN*⊥*FN*∠*ACB*=60°

∴∠*CDN*=30°

………………………(1分)

∴

∴………………………(1分)

同(2)证得△*EDG*≌△*FDC*∴*BG*=*CD*=2*X*，

∴



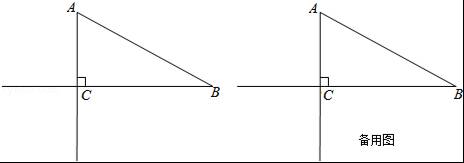
∴………………………(1分)

8．如图，已知△*ABC*中，∠*ACB*=90°，∠*ABC*=30°，*AC*=2，点*P*是边*AB*上的一个动点，以点*P*为圆心，*PB*的长为半径画弧，交射线*BC*于点*D*，射线*PD*交射线*AC*于点*E*．

(1)当点*D*与点*C*重合时，求*PB*的长；

(2)当点*E*在*AC*的延长线上时，设*PB*=*x*，*CE*=*y*，求*y*关于*x*的函数关系式，并写出定义域；

(3)当△*PAD*是直角三角形时，求*PB*的长．



【考点】三角形综合题．

【分析】(1)根据直角三角形的性质得到*AC*=*AB*，根据等腰三角形的性质得到∠*PCB*=∠*B*=30°，根据等边三角形的性质即可得到结论；

(2)由等腰三角形的性质得到∠*PDB*=∠*B*=30°，求得*AE*=*AP*，即可得到结论；

(3)①如图2，当点*E*在*AC*的延长线上时，求得∠*PDA*=90°，根据直角三角形的性质得到*PD*=*AP*，解方程得到*x*=；②如图3，当点*E*在*AC*边上时，根据直角三角形的性质得到*AP*=*PD*．解方程得到*x*=．

【解答】解：(1)如图1，∵在△*ABC*中，∠*ACB*=90°，∠*ABC*=30°，

∴*AC*=*AB*，

∵*AC*=2，∴*AB*=4，

∵以点*P*为圆心，*PB*的长为半径画弧，交射线*BC*于点*D*，点*D*与点*C*重合，

∴*PD*=*PB*，

∴∠*PCB*=∠*B*=30°，

∴∠*APC*=∠*ACD*=60°，

∴*AP*=*AC*=2，

∴*BP*=2；

(2)∵*PD*=*PB*，∠*ABC*=30°，

∴∠*PDB*=∠*B*=30°，

∴∠*APE*=60°，∠*CDE*=30°，

∵∠*ACD*=90°，∴∠*AEP*=60°，

∴*AE*=*AP*，

∵*PB*=*x*，*CE*=*y*，

∴2+*y*=4﹣*x*，*y*=2﹣*x*．(0＜*x*＜2)；

(3)①如图2，当点*E*在*AC*的延长线上时，连接*AD*，

∵△*PAD*是直角三角形，∠*APD*=60°，∠*PAD*＜60°，

∴∠*PDA*=90°，∴∠*PAD*=30°．

∴*PD*=*AP*，即*x*=(4﹣*x*)，

∴*x*=；

②如图3，当点*E*在*AC*边上时，连接*AD*

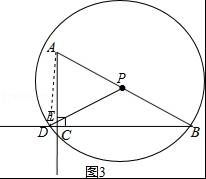
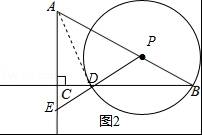
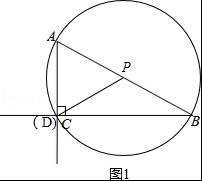
∵△*PAD*是直角三角形，∠*APD*=60°，∠*ADP*＜60°，

∴∠*PAD*=90°，∴∠*PDA*=30°．

∴*AP*=*PD*．即4﹣*x*=*x*，

∴*x*=．

综上所述：当*PB*的长是或时，△*PAD*是直角三角形．



9．已知：如图，等边△*ABC*的边长是4，*D*是边*BC*上的一个动点(与点*B*、*C*不重合)，联结*AD*，作*AD*的垂直平分线分别与边*AB*、*AC*交于点*E*、*F*．

(1)求△*BDE*和△*DCF*的周长和；

(2)设*CD*长为*x*，△*BDE*的周长为*y*，求*y*关于*x*的函数解析式，并写出它的定义域；

(3)当△*BDE*是直角三角形时，求*CD*的长．



10．如图(1)，直角梯形*OABC*中，∠*A*=90°，*AB*∥*CO*，且*AB*=2，*OA*=2，∠*BCO*=60°.

(1)求证：*OBC*为等边三角形；

(2)如图(2)，*OH*⊥*BC*于点*H*，动点*P*从点*H*出发，沿线段*HO*向点*O*运动，动点*Q*从点*O*出发，沿线段*OA*向点*A*运动，两点同时出发，速度都为1/秒.设点*P*运动的时间为*t*秒，*ΔOPQ*的面积为*S*，求*S*与*t*之间的函数关系式，并求出*t*的取值范围；

(3)设*PQ*与*OB*交于点*M*，当*OM*=*PM*时，求*t*的值.

**图(1)**



**图(2)**



**（备用图）**



11．已知：如图，在Rt△*ABC*中，∠*A*＝90°，*AB*＝*AC*＝1，*P*是*AB*边上不与*A*点、*B*点重合的任意一个动点，*PQ*⊥*BC*于点*Q*，*QR*⊥*AC*于点*R*.

(1)求证：*PQ*＝*BQ*；

(2)设*BP*＝*x*，*CR*＝*y*，求*y*关于*x*的函数解析式，并写出定义域；

(3)当*x*为何值时，*PR*//*BC*.

未命名1

12．在直角三角形*ABC*中，∠*C*＝90**○**，已知*AC*＝6cm，*BC*＝8cm.

(1)求*AB*边上中线*CM*的长；

(2)点*P*是线段*CM*上一动点(点*P*与点*C*、点*M*不重合)，求出△*APB*的面积*y*(平方厘米)与*CP*的长*x*(厘米)之间的函数关系式并求出函数的定义域；

(3)是否存在这样的点*P*，使得△*ABP*的面积是凹四边形*ACBP*面积的，如果存在请求出*CP*的长，如果不存在，请说明理由！



13．如图，在长方形*ABCD*中，*AB*=8，*AD*=6，点*P*、*Q*分别是*AB*边和*CD*边上的动点，点*P*从点*A*向点*B*运动，点*Q*从点*C*向点*D*运动，且保持*AP*=*CQ*.设*AP*=，*BE*=*y*.

(1)线段*PQ*的垂直平分线与*BC*边相交，设交点为*E*.求*y*与的函数关系式及取值范围；

(2)在(1)的条件是否存在*x*的值，使△*PQE*为直角三角形？若存在，请求出*x*的值；若不存在，请说明理由.



14．如图，在△中，∠=90°，∠=30°，是边上不与点*A*、*C*重合的任意一点，⊥，垂足为点，是的中点.

(1)求证：=；



第14题图

(2)如果=，设=，=，求与的函数解析式，并写出函数的定义域；

(3)当点在线段上移动时，∠的大小是否发生变化？如果不变，求出∠的大小；如果发生变化，说明如何变化.

15．如图，已知长方形纸片*ABCD*的边*AB*=2，*BC*=3，点*M*是边*CD*上的一个动点(不与点*C*重合)，把这张长方形纸片折叠，使点*B*落在*M*上，折痕交边*AD*与点*E*，交边*BC*于点*F*．

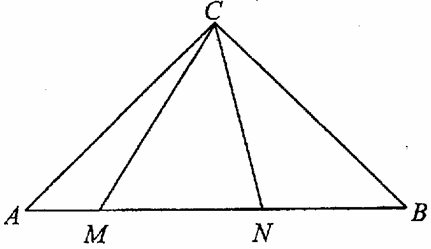
(1)写出图中全等三角形；

(2)设*CM*=*x*，*AE*=*y*，求*y*与*x*之间的函数解析式，写出定义域；

(3)试判断能否可能等于90度？如可能，请求出此时*CM*的长；如不能，请说明理由．



16．如图，在等腰Rt△*ABC*的斜边*AB*上取两点*M*、*N*，使∠*MCN*＝45°，设*AM*＝*m*，*MN*＝*x*，*BN*＝*n*，那么

(1)以*x*、*m*、*n*为边长的三角形是什么三角形？请证明；

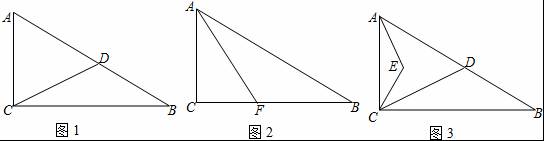
(2)如果以*x*、*m*、*n*为边长的三角形中有一个内角为60°，求*AM*∶*AB*的值.

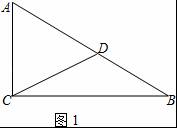
17．如图1，在Rt△*ABC*中，∠*ACB*=90°，*CD*是斜边*AB*上的中线，*BC*=*CD*．

(1)求∠*DCB*的大小；

(2)如图2，点*F*是边*BC*上一点，将△*ABF*沿*AF*所在直线翻折，点*B*的对应点是点*H*，直线*HF*⊥*AB*，垂足为*G*，如果*AB*=2，求*BF*的长；

(3)如图3，点*E*是△*ACD*内一点，且∠*AEC*=150°，联结*DE*，请判断线段*DE*、*AE*、*CE*能否构成直角三角形？如果能，请证明；如果不能，请说明理由．



解：(1)如图1中，

在Rt△*ABC*中，*CD*是斜边*AB*上的中线，

∴*AB*=2*CD*，

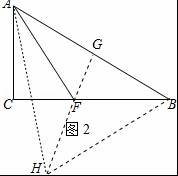
设*CD*=*x*，则*AB*=2*x*，*BC*=*x*，

∴*AC*===*x*，

∴*AC*=*DC*=*AB*，∴∠*B*=30°，

又*CD*=*BD*，∴∠*DCB*=∠*B*=30°．

(2)如图2中，连接*BH*．

△*AHF*与△*ABF*关于直线*AF*对称，又点*B*的对应点是点*H*，

∴*AH*=*AB*，*HF*=*BF*，

∵*HF*⊥*AB*，∠*ABC*=30°，∴∠*BFG*=60°，

∴∠*FBH*=∠*FHB*=30°；∴∠*ABH*=60°，

∴△*ABH*是等边三角形，

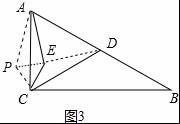
∴*BG*=*AB*=1，

设*GF*=*x*，∴*BF*=2*GF*=2*x*，

∴*x*2+12=(2*x*)2，解得*x*=

∴*BF*=．

(3)线段*DE*、*AE*、*CE*能构成直角三角形．

如图3中，作∠*ECP*=60°，截取*CP*=*CE*，连接*AP*、*PE*，*ED*．

∵*PC*=*CE*，∠*PCE*=60°，∴△*PCE*是等边三角形，

∴*PE*=*CE*，∠*PEC*=60°，

∵∠*B*=30°，∴∠*BAC*=60°，

又*CD*=*AD*，∴△*ACD*是等边三角形，

∴∠*ACD*=60°，*AC*=*CD*；

∴∠*ACD*﹣∠*ACE*=∠*PCE*﹣∠*ACE*，

即∠*DCE*=∠*ACP*，

在△*DCE*和△*ACP*中，，

∴△*DCE*≌△*ACP*，∴*DE*=*AP*，

又∠*AEC*=150°，∴∠*AEP*=150°﹣60°=90°，

∴线段*DE*、*AE*、*CE*能构成直角三角形．

【点评】本题考查三角形综合题、全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质和判定、勾股定理等知识，解题的关键是灵活应用这些知识解决问题，学会添加辅助线，构造全等三角形，属于中考常考题型．